

Devoir surveillé BTS SIO

14 Mars 2018

Exercice 1 (opérations)

1. Parmi les opérations suivantes une seule est possible. On appelle A le résultat de la seule opération possible. Que vaut A ?

$$\bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Parmi les opérations suivantes une seule est possible. On appelle B le résultat de la seule opération possible. Que vaut B ?

$$\bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -8 & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$$

3. Une seule de ces matrices est carrée, on l'appelle C . Que vaut C ?

$$\bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 33 & 3 \\ 0 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Exercice 2

1. Calculez à l'aide de votre calculatrice l'inverse de la matrice suivante, on appelle D cet inverse.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{12} \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & -\frac{1}{12} \end{pmatrix}$$

2. Parmi les matrices suivantes, une seule est inversible, laquelle ? On appelle E la matrice qui est inversible.

$$\bullet \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 4 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 2 & 0 \\ 4 & 12 & -8 & 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 34 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Calculer le produit suivant :

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 22 & 14 & 10 & 16 \end{pmatrix} \times E^{-1}$$

Exercice 3

1. Mettre le système suivant sous forme matricielle, on ne demande pas de résoudre. On appelle G la matrice carrée.

$$\begin{cases} 4x + y + t = 1 \\ 4x + y + z = 2 \\ 4x + 4y + 4z = 3 \\ 4x + 4y + 2z + 2t = 4 \end{cases}$$

2. Mettre le système suivant sous forme matricielle, on ne demande pas de résoudre. On appelle H la matrice carrée.

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z + 2t = 3 \\ 2x + 2y + 2z + 2t = 9 \\ 2z + 3t = 12 \\ 3t = 4 \end{cases}$$

3. On note Y la matrice $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. On appelle X la solution du système suivant :

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 0 & 42 \\ 0 & 0 & 8 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \times X = Y.$$

Que vaut X ?

Exercice 4

1. On appelle I la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (a_{i,j})$. On appelle J la matrice la matrice dont les coefficients sont donnés par :

$$b_{i,j} = a_{i,5-j}$$

Expliciter la matrice J .

2. Finalement, et puisque vous avez bien travaillé pour arriver jusqu'ici, je vous donne gratuitement la matrice

$$K = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Exercice 5

On adopte le code couleur suivant : 0= blanc, 1=noir, 2=rouge, 3=bleu, 4=vert. Construire sur votre feuille un quadrillage haut de 16 carreaux et large de 12 carreaux et le remplir en coloriant chaque carreau de la bonne couleur et de la manière suivante :

