

Formulaire

1 Sommes à connaître

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

- $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

Si (u_n) est une suite géométrique de raison $q \neq 1$, pour tout $(m, n) \in \mathbb{N}^2$, on a :

- $\sum_{k=0}^n u_k = u_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$
- $\sum_{k=m}^n u_k = u_m \frac{1-q^{n-m+1}}{1-q}$

2 Formules de trigonométrie

Les valeurs suivantes des fonctions trigonométriques sont à connaître :

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\theta)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan(\theta)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	non déf

On a par définition et par parité :

- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} \mid \exists k \in \mathbb{Z} : x = \frac{\pi}{2} + k\pi\}, \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
- $\cos(-x) = \cos(x), \sin(-x) = -\sin(x), \tan(-x) = -\tan(x)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x), \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x), \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$
- $\cos(\pi - x) = -\cos(x), \sin(\pi - x) = \sin(x)$
- $\cos(\pi + x) = -\cos(x), \sin(\pi + x) = -\sin(x)$

Les formules suivantes sont les formules de trigonométrie “de base”, $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$:

- $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$
- $\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}^1$

On peut alors déduire les formules suivantes :

¹sous réserve que ce que l'on écrit a un sens

- $\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a)$
- $\tan(a - b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$
- $\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a + b) + \sin(a - b))$
- $\cos(a)\sin(b) = \frac{1}{2}(\sin(a + b) - \sin(a - b))$
- $\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a + b) + \cos(a - b))$
- $\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$
- $\cos(2a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a) = \cos^2(a) - \sin^2(a)$
- $\sin(2a) = 2\cos(a)\sin(a)$
- $\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1 - \tan^2(a)}$

Si on pose $u = \tan(\frac{a}{2})$, on a :

- $\tan(a) = \frac{2u}{1-u^2}$
- $\cos(a) = \frac{1-u^2}{1+u^2}$
- $\sin(a) = \frac{2u}{1+u^2}$

3 Table des dérivées

$f(x)$	$f'(x)$
x^n avec $n \neq 0$	nx^{n-1}
$\exp(x)$	$\exp(x)$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$
$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$
$\arccos(x)$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$

4 Inégalités et identités classiques de \mathbb{R}

- $|ab| \leq \frac{a^2+b^2}{2}$
- $|x+y| \leq |x| + |y|$
- $|x-y| \geq ||x| - |y||$
- $x^{n+1} - 1 = (x-1)(1+x+\dots+x^n) = (x-1) \sum_{k=0}^n x^k$
- $x^{n+1} - y^{n+1} = (x-y)(x^n + x^{n-1}y + \dots + y^n) = (x-y) \sum_{k=0}^n x^k y^{n-k}$
- $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$