

# Programme de colle de la semaine du 16 au 20 Septembre

## 1 Thème de la colle

**Logique :** Propositions, assertions, connecteurs logiques, démonstrations par l'absurde, la contraposée et disjonction de cas.

**Ensembles :** Notion d'ensemble, ensemble défini par un prédicat, intersection union complémentaire et lien avec la logique, égalité par double inclusion, produit carthésien, familles d'éléments ou de parties indexées par un élément.

**Quantificateurs :** Définition des quantificateurs pour tout et il existe, négation d'assertions logiques.

**Applications :** application, composée d'applications, restrictions, notion d'injectivité, surjectivité et bijectivité, bijections réciproques, involutions, image directe et image réciproque.

## 2 Consignes aux colleurs

Avant toute chose, la colle se composera d'une question de cours suivie d'un ou plusieurs exercices. Un cours su implique nécessairement une note supérieure à 10 et à contrario un cours non su implique une note en dessous de la moyenne. La question de cours doit être faite en 10 minutes (grand max 15 si vous estimez que c'est une longue preuve).

**Logique :** On ne demandera pas de définition exacte d'assertion, prédicat... Les opérateurs logiques doivent savoir être utilisés, un OU confondu avec un ET n'est pas acceptable. Vous pouvez donner des exercices qu'il faut résoudre par l'absurde ou la contraposée. Les élèves doivent commencer à sentir lorsqu'il est nécessaire de prendre les choses à l'envers.

**Ensembles :** Ne pas interroger sur les familles indexées par un ensemble quelconque. Il faut se limiter à des exemples concrets ou des exercices théoriques simples où l'on manipule appartenance et inclusion, OU et ET, par exemple via une égalité ensembliste par double inclusion.

**Quantificateurs :** Il est impératif de savoir traduire en langage mathématique une assertion et vice versa. Il est aussi impératif de savoir écrire le contraire d'une assertion en langage mathématiques. Je souhaite que tous les élèves soient interrogés après leur question de cours sur un

**Applications :** Savoir montrer qu'une application est injective/surjective est primordial. Savoir calculer des composées d'applications concrètes aussi. Enfin trouver une bijection réciproque par résolution d'une équation est aussi un savoir faire attendu.

## 3 Questions de cours

- Montrer à l'aide d'une table de vérité que  $\text{non}(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \text{ et } \text{non}(Q))$ .
- Montrer que  $C_E^{A \cup B} = C_E^A \cap C_E^B$ .
- Montrer que  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  par double inclusion.
- Trouver la bijection réciproque de  $\begin{matrix} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ t & \mapsto & \frac{e^t - e^{-t}}{2} \end{matrix}$  en résolvant une équation par équivalences.