Programme de colle de la semaine du 30 Septembre au 4 Octobre

1 Thème de la colle

Sommes et produits : Utilisation des symboles $\sum$ et Π, changement d'indice, calcul de certaines sommes usuelles à savoir pour simplifier, comportement de ln et exp vis à vis de $\sum$ et Π, sommes et produits "télescopiques".

Coefficients binomiaux : notation factorielle, définition de k parmi n, formule de pascal, binome de Newton, certaines sommes classiques grâce à $(1+x)^n$

Sommes doubles : ordre de la somme, somme sur un carré, somme sur un rectangle, somme sur un triangle.

Nombres complexes : Définition, partie réelle, partie imaginaire, conjugué, module, liens avec la geométrie plane, inégalités triangulaires et cas d'égalité du sens classique (positivement lié).

Nombres complexes de module 1 : Définition, forme $e^{i\theta}$, propriétés de l'exponentielle complexe, formule d'Euler, formule de Moivre.

2 Consignes aux colleurs

Avant toute chose, la colle se composera d'une question de cours suivie d'un ou plusieurs exercices. Un cours su implique nécessairement une note supérieure à 10 et à contrario un cours non su implique une note en dessous de la moyenne. La question de cours doit être faite en 10 minutes (grand max 15 si vous estimez que c'est une longue preuve).

Sommes et produits : Tous les exercices sont autorisés, y compris les plus calculatoires, le résultat doit être donné dans sa forme la plus simple (factorisée) possible.

Coefficients binomiaux : Les exercices à "astuce" sont les bienvenues, j'ai évoqué le lien avec la combinatoire mais **on évitera de poser des exercices de combinatoire**, ce chapitre viendra plus tard dans l'année.

Sommes doubles : Idem que pour les sommes, les produits doubles sur un carré/triangle ont été abordés, vous pouvez interroger dessus meme si ce n'est pas le coeur de la colle (du fait qu'on les rencontre pas ou peu dans le programme).

Nombres complexes : Tout exercice faisant intervenir des nombres complexes peut être posé. Nous n'avons pas encore vu la géométrie avec les transformations (symétries, réflexions, similitudes ...) mais je vous demande d'accepter une preuve élégante du genre $|z-i|=|z+i|$ donc z est équidistant de i et de $-i$, c'est donc un nombre réel (via médiatrice). Globalement un raisonnement géométrique ne reposant pas (que) sur un dessin et évitant des calculs sera encouragé.

Nombres complexes de module 1 : Attention, ils ont vu la stabilité par multiplication/division mais la structure de groupe n'est pas au programme.

3 Questions de cours

- Calcul de $\prod_{k=1}^{n}(-2\sqrt{k})$.
- Calculer $\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}$.
- Démonstration de $e^{i(\theta+\theta')}=e^{i\theta}e^{i\theta'}$ (sachant les formules de trigo).
- Montrer que $|zz'|=|z||z'|$.