Programme de colle de la semaine du 7 au 11 Octobre

1 Thème de la colle

Nombres complexes : Définition, partie réelle, partie imaginaire, conjugué, module, liens avec la geométrie plane, inégalités triangulaires et cas d'égalité du sens classique (positivement lié).

Nombres complexes de module 1 : Définition, forme $e^{i\theta}$, propriétés de l'exponentielle complexe, formule d'Euler, formule de Moivre.

Trigonométrie : Toutes les formules de trigonométrie faisant intervenir cos et sin.

Racines n^{ieme} et équations : Définition de $\mathbb{U}_n$, méthode de résolution des equations complexes de degré 2 avec Δ et recherche de sa racine carrée.

Géométrie et nombres complexes : affixe d'un vecteur, distance et module, translations, homothéties, rotations et similitudes directes

2 Consignes aux colleurs

Avant toute chose, la colle se composera d'une question de cours suivie d'un ou plusieurs exercices. Un cours su implique nécessairement une note supérieure à 10 et à contrario un cours non su implique une note en dessous de la moyenne. La question de cours doit être faite en 10 minutes (grand max 15 si vous estimez que c'est une longue preuve).

LA FACTORISATION PAR L'ANGLE MOITIE SUIVIE DES FORMULES D'EULER DOIT ETRE MAITRISEE !!!!

Nombres complexes : Tout exercice faisant intervenir des nombres complexes peut être posé. Nous n'avons pas encore vu la géométrie avec les transformations (symétries, réflexions, similitudes ...) mais je vous demande d'accepter une preuve élégante du genre $\mid z-i \mid = \mid z+i \mid$ donc z est équidistant de i et de $-i$, c'est donc un nombre réel (via médiatrice). Globalement un raisonnement géométrique ne reposant pas (que) sur un dessin et évitant des calculs sera encouragé.

Nombres complexes de module 1 : Attention, ils ont vu la stabilité par multiplication/division mais la structure de groupe n'est pas au programme.

Trigonométrie : Tous les exercices de linéarisation de sinus et de cosinus ou les exercices d'expression de $\sin(nx)$ en fonction de $\sin(x)$ et $\cos(x)$ sont les bienvenues. Une formule de trigo non sue équivaut à un cours non su (et donc moins de 10/20), pour les formules un peu plus pénibles ($\cos(p)\cos(q)$, $\sin(p)+\sin(q)$, ...) on peut laisser 5 min à l'élève afin qu'il les retrouve rapidement (5 min max).

Racines n^{ieme} et équations : RAS.

Géométrie et nombres complexes : Nous avons fait tout type d'exercices (montrer que des triangles sont isocèles, équilatéraux), que des quadrilatères sont des parallèlogrammes/rectangles/losange via des egalités de vecteurs. Pour les similitudes, il faut savoir donner l'homothétie et la rotation sous-jacentes. Les similitudes indirectes ne sont pas au programme mais si vous avez un exercice faisable où on définit tout : pourquoi pas.

Toutes les grosses études de fonctions sont bonnes à prendre cette semaine.

3 Questions de cours

- Démonstration de $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta}e^{i\theta'}$ (sachant les formules de trigo).
- Exprimer $\sin(4x)$ et $\cos(4x)$ en fonction de $\sin(x)$ et $\cos(x)$ à l'aide de la formule de Moivre.
- Linéariser $\cos(x)^3$ et $\sin(x)^3$.

- Calculer $\sum_{k=-n}^{n} \cos(kx)$ où $x \in \mathbb{R} \setminus \{2p\pi \mid \pi \in \mathbb{Z}\}$.
- Trouver tous les nombres $z \in \mathbb{C}$ tels que 1, z et z^3 sont alignés.